CÁLCULOS DOS TEMPOS DE AVANÇO T_L E DE INFILTRAÇÃO T_R

TITICO DE SOUZA

08/01/2007

RETROSPECTIVA 2006

- **Etapas de um projeto por sulcos convencionais:**

1. Vazão máxima não-erosiva
2. Número mínimo de sulcos por lote
3. Cálculo do número de sulcos total
4. Número de lotes
5. Alternativas de Layout
6. *Cálculo do tempo de infiltração da lâmina requerida T_R*
7. *Cálculo do tempo de avanço - T_L*
8. Cálculo do tempo de irrigação
9. Cálculo da Eficiência de irrigação

RETROSPECTIVA 2006

- Sabemos que existe um procedimento de cálculo que permite determinar os valores de T_L, para cada Q_S, em cada situação de infiltração, pela equação abaixo:

$$Q_0 T_L = S_Y A_0 X + S_Z k T_L{}^a X + \frac{f_0 T_L X}{(1+r)}$$

- Este procedimento de cálculo é um pouco complexo. Além do mais, existe um procedimento de cálculo, também um pouco complexo, para determinar o tempo de infiltração da lâmina requerida (T_r), para cada situação de infiltração, pela equação abaixo:

$$Z_r = k T_r{}^a + f_0 T_r$$

Métodos de cálculo de T_L e T_R

- Há duas maneiras de encontrar T_L e T_R:

1. Por tentativa e acerto
2. Por cálculo numérico: Método de Newton-Raphson

Métodos de cálculo de T_R

- **Exemplo com T_R**

1. **Por tentativa e acerto**

$$Z_r = kT_r^{\,a} + f_0 T_r$$

$$0{,}15 = 0{,}0028T_{req}^{0{,}534} + 0{,}00022T_{req}$$

Métodos de cálculo de T_R

2. Por cálculo numérico: Método de Newton - Raphson

- Suponha que desejamos estimar a solução (ou raiz) r de uma equação f(x) = 0. Se uma primeira tentativa é, digamos x_1, então a figura seguinte sugere que uma melhor estimativa de r pode ser x_2, o ponto no qual a reta tangente à curva no ponto (x_1, f(x_1)) corta o eixo dos x.

- Para encontrar x_2 explicitamente, observe que a declividade da reta tangente em (x_1, f(x_1)) é:

$$Tan\theta = \frac{f(X_1)}{(X_1 - X_2)}$$

Métodos de cálculo de T_R

- A declividade da reta tangente é dada, também, pela derivada da função avaliada em x_1, ou seja, $f\,'(X_1)$. Portanto,

$$f\,'(X_1) = \frac{f(X_1)}{(X_1 - X_2)}$$

- Assim, podemos explicitar a equação para x_2, uma melhor estimativa de r,

$$X_2 = X_1 - \frac{f(X_1)}{f\,'(X_1)}$$

- que é válida se $f\,'(x_1)$ for diferente de zero.

Métodos de cálculo de T_R

- Use o método de Newton para estimar a raiz quadrada de 3, que é a raiz positiva de $x^2 - 3 = 0$
- Solução: Neste caso, temos a função $f(x) = x^2 – 3$ e sua derivada é $f'(x) = 2x$.
- De acordo com a equação de Newton-Raphson, se fizermos $x_1 = 2$, então:

$$X_2 = X_1 - \frac{f(X_1)}{f'(X_1)} = X_1 - \frac{X_1^2 - 3}{2X_1} = \frac{X_1 + 3/X_1}{2}$$

$$X_2 = \frac{2 + 3/2}{2} = 1{,}75$$

Métodos de cálculo de T_R

- Para uma melhor estimativa de $\sqrt{3}$, repita usando 1,75 ao invés de 2. Portanto,

$$X_3 = \frac{X_2 + 3/X_2}{2} = \frac{1{,}75 + 3/1{,}75}{2} = 1{,}73214$$

- que é a terceira estimativa com 5 decimais.
- Se repetirmos o processo mais uma vez, temos:

$$X_4 = \frac{X_3 + 3/X_3}{2} = \frac{1{,}73214 + 3/1{,}73214}{2} = 1{,}732051$$

- Em resumo, pode-se estabelecer uma fórmula recursiva.

Métodos de cálculo de T_R

- **FÓRMULA RECURSIVA PARA O MÉTODO DE NEWTON**
- Seja r uma raiz de f(x) = 0 e x_i uma estimativa de r tal que f'(x) ≠ 0. Uma melhor estimativa pode ser obtida pela seguinte fórmula:

$$X_{i+1} = X_i \; \frac{f(X_i)}{f'(X_i)}$$

- O processo de cálculo usando a equação anterior deve ser repetido até que:

$$\left| X_{i+1} - X_i \right| \leq M$$

- onde M é um valor preestabelecido, dependendo da acuralidade que se quer obter (ex. M = 0,001).

Métodos de cálculo de T_R

- **SOLUÇÃO DO PROBLEMA DA IRRIGAÇÃO POR SUPERFÍCIE**
- Voltemos agora ao problema de determinação do tempo de infiltração, T_r, da lâmina aplicada na irrigação por superfície, dada pela equação de Kostiakov modificada. Usaremos o método de Newton para a solução da equação:

$$0{,}15 = 0{,}0028 T_r^{0{,}534} + 0{,}00022 T_r$$

- A função é $Z_r = k T_r^{\,a} + f_0 T_r$, cuja derivada é:

$$\frac{dZ}{dT} = I = akT^{a-1} + f_0$$

Métodos de cálculo de T_R

- que é a taxa de infiltração,

$$I = (0{,}534)(0{,}0028)T^{0{,}534-1} + 0{,}00022$$

- **Agora, seguiremos o seguinte procedimento:**
- (a) Fazer uma estimativa inicial de T_r, com $T_r = T_{r_i}$
- (b) Avaliar a função e a derivada e calcular um valor revisado de T_r,

$$(T_r)_{i+1} = T_{r_i} + \frac{Z_r - kT_{r_i}^{a} - foT_{r_i}}{\dfrac{ak}{T_{r_i}^{1-a}} + fo}$$

Métodos de cálculo de T_R

- (c) Comparar T_r com $T_{r_{i+1}}$
- Se são iguais, dentro de uma tolerância, encontramos a solução, $T_{r_{i+1}}$. Caso contrário, fazer $T_{r_i} = T_{r_{i+1}}$ e repete (b) e (c).
- No presente exemplo:
- (a) T_1 = 300 min, ou seja, T_{r_i} = 300 min

$$\text{(b) } T_2 = 300 + \frac{0{,}15 - 0{,}0028(300)^{0{,}534} - 0{,}00022(300)}{(0{,}534)(0{,}0028)(300)^{0{,}534-1} + 0{,}00022}$$

- T_2 = 300 + 77,35 = 377,35 min
- Repetindo o processo para T_1 = 377,35 min, temos:

Métodos de cálculo de T_R

$$T_2 = 377{,}35 + \frac{0{,}15 - 0{,}0028(377{,}35)^{0{,}534} - 0{,}00022(377{,}35)}{(0{,}534)(0{,}0028)(377{,}35)^{0{,}534-1} + 0{,}00022}$$

- T_2 = 378,73
- Nova repetição, T_2 = 378,73 min.

Métodos de cálculo de T_L

- **Exemplo com T_L – Método do Balanço de Volume**
- A equação do balanço de volume para a irrigação por superfície, em qualquer tempo, é expressa da seguinte forma:

$$Q_o T_x = \sigma_y A_o X + \sigma_z k T_x^a + \sigma_z' f_o T_x X$$

- A trajetória do avanço é dada, também, por uma equação do tipo exponencial:

$$X = p T_x^r$$

Métodos de cálculo de T_L

- A equação do balanço de volume contém duas incógnitas: T_x e r. Para resolver este problema torna-se necessário escrever a equação do balanço de volume para **dois pontos da trajetória do avanço**, pela metodologia de Eliot e Walker (1982), computando T_x para a metade do comprimento do sulco e para o comprimento total. Assim, a equação do balanço de volume escrita para a metade do avanço é:

$$Q_o T_{0,5L} = \sigma_y A_o \frac{L}{2} + \sigma_z k T_{0,5L}^{a} \frac{L}{2} + \sigma_z^{'} f_o T_{0,5L} \frac{L}{2}$$

- e para o final do sulco:

$$Q_o T_L = \sigma_y A_o L + \sigma_z k T_L^{a} L + \sigma_z^{'} f_o T_L L$$

Métodos de cálculo de T_L

- Os fatores de forma são calculados pelas seguintes equações:

$$\sigma_z = \frac{a + r(1 - a) + 1}{(1 + r)(1 + a)} \quad e \quad \sigma_z' = \frac{1}{1 + r}$$

- Para sulcos e faixas em declive, antes de determinar o avanço ao final do campo é necessário calcular a vazão máxima não-erosiva:

$$Q_{max} = \left[\frac{V_{\max}^{\rho_2} . \eta}{60 \rho_1 S_0^{0,5}} \right]^{\left(\frac{1}{\rho_2 - 1} \right)}$$

Métodos de cálculo de T_L

- Para o cálculo da área de fluxo utiliza-se a equação abaixo:

$$A_0 = \left[\frac{Q_0 . \eta}{60 \rho_1 S_0^{0,5}} \right]^{\left(\frac{1}{\rho_2}\right)}$$

- Para o caso de declividade zero, a equação para calcular a área de fluxo é a seguinte:

$$A_0 = \left[\frac{(Q_0 . \eta)^2 x}{3600} \right]^{\left(\frac{3}{13}\right)}$$

Métodos de cálculo de T_L

- **Procedimento de cálculo de T_L**

1. Estimar um valor inicial para o expoente da equação potencial de avanço, r_1, com valor entre 0,4 a 0,6;

2. Calcular os fatores de forma do perfil sub-superficial σ_z e σ'_z ;

3. Calcular o tempo de avanço ao final da parcela (T_L) pelo método numérico de **Newton – Raphson**;

3.1. Estimar um valor inicial para $T_L = T_1$;

$$T_1 = \frac{5A_0L}{Q_0}$$

Métodos de cálculo de T_L

3.2. Estimar um novo valor para T_L com $T_L = T_2$ pela Equação de Newton - Raphson;

$$T_2 = T_1 + \frac{Q_0 T_1 - 0{,}77 A_0 L - \sigma_z k T_1^a L - \sigma_z^{'} f_0 T_1 L}{Q_0 - \dfrac{\sigma_z k T_1^{a-1} L}{1} - \sigma_z^{'} f_0 L}$$

3.3. Comparar o valor estimado de T_L com o inicial:

$T_1 = T_2$?

Sim! ⇨ $T_L = T_2$

Não! ⇨ Repete o procedimento 3.1 a 3.3.

Métodos de cálculo de T_L

4. Calcular o tempo de avanço à metade da parcela, x = 0,5 L pelo método numérico de **Newton – Raphson**;

4.1. Estimar um valor inicial para $T_{0,5L} = T_L$;

Métodos de cálculo de T_L

4.2. Estimar um novo valor para $T_{0,5L}$ com $T_{0,5L} = T_2$ pela Equação de Newton - Raphson;

$$T_2 = T_1 + \frac{Q_0 T_1 - 0{,}77 A_0 0{,}5L - \sigma_z k T_1^a 0{,}5L - \sigma_z^{'} f_0 T_1 0{,}5L}{Q_0 - \dfrac{\sigma_z k T_1^a 0{,}5L}{1} - \sigma_z^{'} f_0 0{,}5L}$$

4.3. Comparar o valor estimado de $T_{0,5L}$ com o inicial:

$T_1 = T_2$?

Sim! ⇨ $T_{0,5L} = T_2$

Não! ⇨ Repete o procedimento 4.1 a 4.3.

Métodos de cálculo de T_L

5. Calcular um novo valor de r = r_2 com a seguinte equação:

$$r_2 = \frac{\log 2}{\log\left(\frac{T_L}{T_{0,5L}}\right)}$$

5.2. Comparar o valor estimado de r_2 com o inicial, r_1:

$r_1 = r_2$?

Sim! ⇨ procedimento está terminado e o valor de T_L é aquele determinado no ítem 3.

Não! ⇨ Repete o procedimento de 2 a 5 com r = r_2.