UNIVERSIDADE FEDERAL DO CEARÁ - UFC
DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA AGRÍCOLA – DENA
TOPOGRAFIA BÁSICA

Revisão de Matemática

Facilitador: Fabrício M. Gonçalves

Unidades de medidas

- Unidade de comprimento (METRO)
  - Unidade principal de comprimento;
  - Situações em que essa unidade deixa de ser prática:
    - Grandes extensões ela é muito pequena;
    - Extensões muito "pequenas", a unidade metro é muito "grande“.

Quilômetro (km)	Hectômetro (hm)	Decâmetro (dam)	Metro (m)	Decímetro (dm)	Centímetro (cm)	Milímetro (mm)
1000	100	10	1	0,1	0,01	0,001

- Regras Práticas :
- Para passar de uma unidade para outra imediatamente inferior devemos fazer uma multiplicação por 10.

  Ex : 1 m = 10 dm

- Para passar de uma unidade para outra imediatamente superior, devemos fazer uma divisão por 10.

  Ex : 1 m = 0,1 dam

- Para passar de uma unidade para outra qualquer, basta aplicar sucessivas vezes uma das regras anteriores.

  Ex : 1 m = 100 cm

  1 m = 0,001 km

UNIDADES DE ÁREA

km^2	hm^2	dam^2	m^2	dm^2	cm^2	mm^2
1×10^6	1×10^4	1×10^2	1	1×10^{-2}	1×10^{-4}	1×10^{-6}

Regras Práticas :

- Para passar de uma unidade para outra imediatamente inferior devemos fazer uma multiplicação por 100.

  Ex : 1 m^2 = 100 dm^2

- Para passar de uma unidade para outra imediatamente superior, devemos fazer uma divisão por 100.

  Ex : 1 m^2 = 0,01 dam^2

- Para passar de uma unidade para outra qualquer, basta aplicar sucessivas vezes uma das regras anteriores.

Transformações m^2, km^2 e ha

- 10.000 m^2 = 1ha
- 1 ha = 0,01 km^2

1 m^2 = 0,000001 km^2

10.000 m^2 = $\boxed{0{,}01}$ Km^2

1 ha = 0,01 km^2

Medida Angular

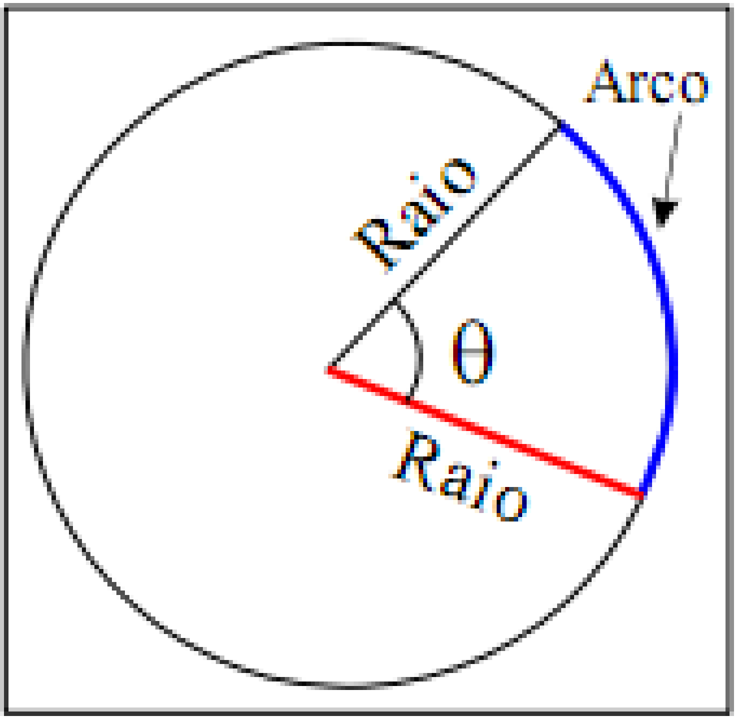
- RADIANO

Um radiano é o ângulo central que subentende um arco de circunferência de comprimento igual ao raio da mesma.

2πR — 360º arco = R = raio

- Iremos estipular: *c* como sendo o comprimento, *r* sendo o raio da circunferência.

$$\frac{C}{2r} = \pi$$



UNIDADE SEXAGESIMAL

- GRAU

1 grau = 1/360 da circunferência

grau ° $1° = (\pi /180)$ rad

minuto ’ $1' = 1°/60 = (\pi/10800)$ rad

segundos ” $1'' = 1°/3600 = (\pi/648000)$ rad

EXEMPLOS

- Transformar 30° 7’ 12’’ em graus.

1° = 60’

1’ = 60’’

$$1° \to 60'$$
$$x \to 7'$$
$$x = \frac{7}{60} \approx 0{,}116°$$

$$1' \to 60''$$
$$x \to 12''$$
$$x = \frac{12}{60} \approx 0{,}2' / 60 = 0{,}0033°$$

Somando: 30° + 0,116° + 0,0033° = 30,12°

EXEMPLOS

- Transformar 30° 7’ 12’’ (30,12°) em radiano.

$$180° \rightarrow \pi$$

$$30{,}12° \rightarrow x$$

$$X = \frac{30{,}12\pi}{180} rad$$

EXEMPLOS

- Transformar 32º 28’ 59”em graus.

$$28/60 = 0,466°$$

$$59/(60*60) = 0,0164°$$

$$32° + 0,466° + 0,0164° = 32,4824°$$

EXEMPLOS

- Transformar 32º 28’ 59” (32,4824°) em radiano.

$$32{,}4824x\frac{\pi}{180} = 0{,}18\pi rad$$

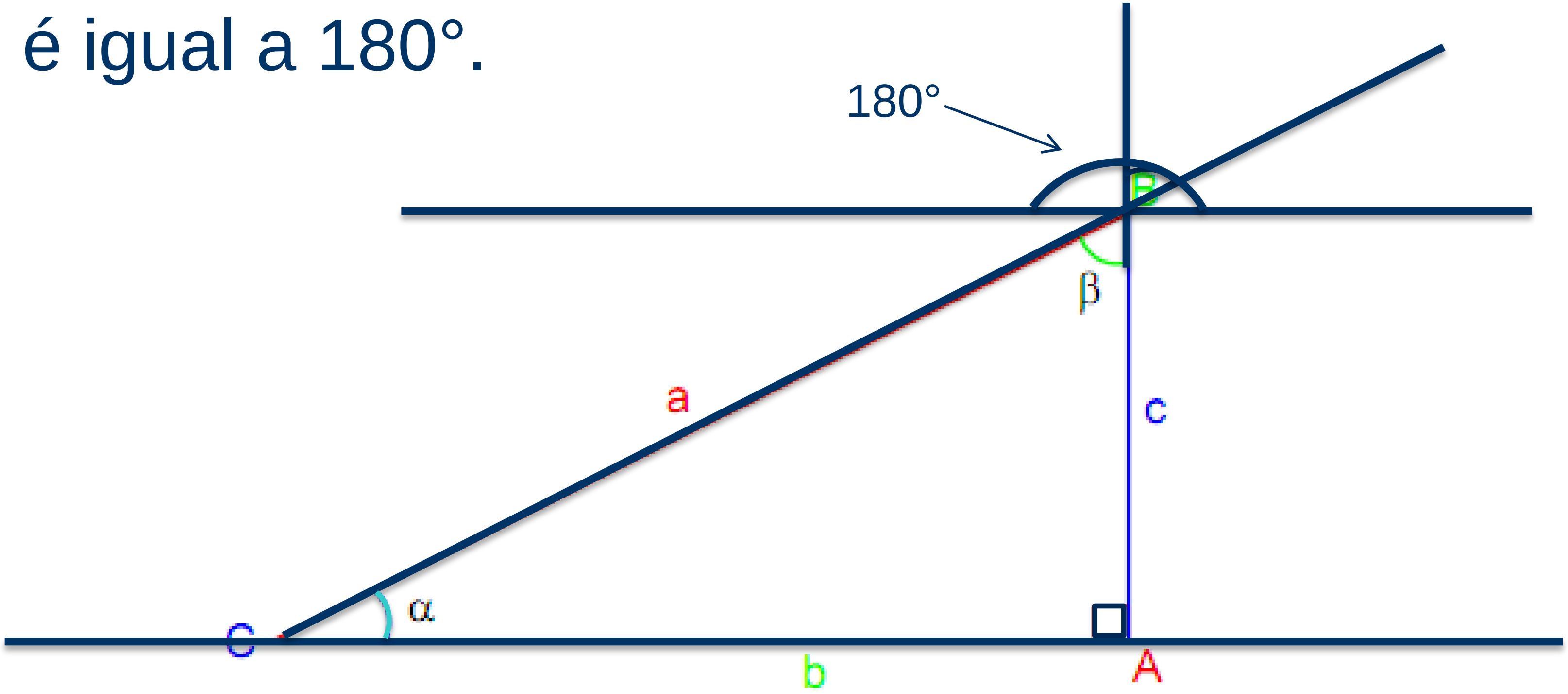
SOMA E SUBTRAÇÃO DE ÂNGULOS

$$\begin{array}{rl} 42^\circ 30' & \text{minuendo} \\ -\ 20^\circ 40' & \text{subtraendo} \\ \hline 21^\circ 50' & \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 28^\circ 41' \\ +\ 39^\circ 39' \\ \hline 68^\circ 20' \end{array} \qquad \begin{array}{r} 30^\circ 20' \\ +20^\circ\ 52' \\ \hline 51^\circ 12' \end{array}$$

TRIGONOMETRIA PLANA

- A soma dos ângulos internos de um triângulo é igual a 180°.

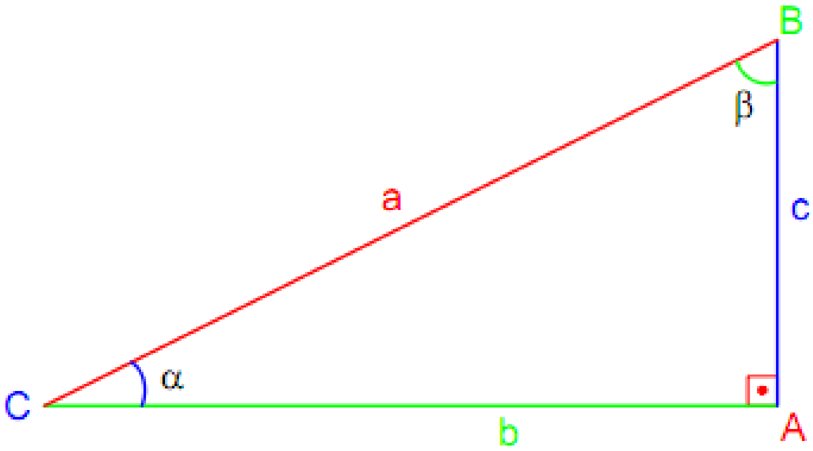


RELAÇÕES TRIGONOMÉTRICAS NO TRIÂNGULO RETÂNGULO

$$Seno\,\alpha = \frac{Cateto.Oposto(c)}{Hipotenusa(a)}.$$

$$Cosseno\,\alpha = \frac{Cateto.Adjacente\,(b)}{Hipotenusa(a)}.$$

$$Tangente\,\alpha = \frac{Cateto.Oposto(c)}{Cateto.Adjacente\,(b)}.$$



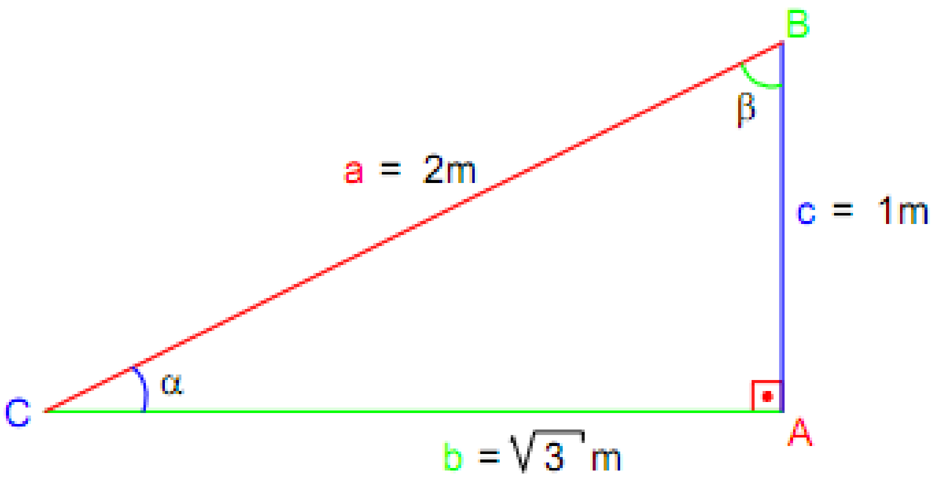
TEOREMA DE PITÁGORAS

- "O quadrado do comprimento da hipotenusa é igual a soma dos quadrados dos comprimentos dos catetos."

$$a^2 = b^2 + c^2$$

EXERCÍCIOS

- No triângulo abaixo, determinar as relações solicitadas.



$$sen\alpha = \frac{1}{2}$$

$$\cos\beta = \frac{1}{2}$$

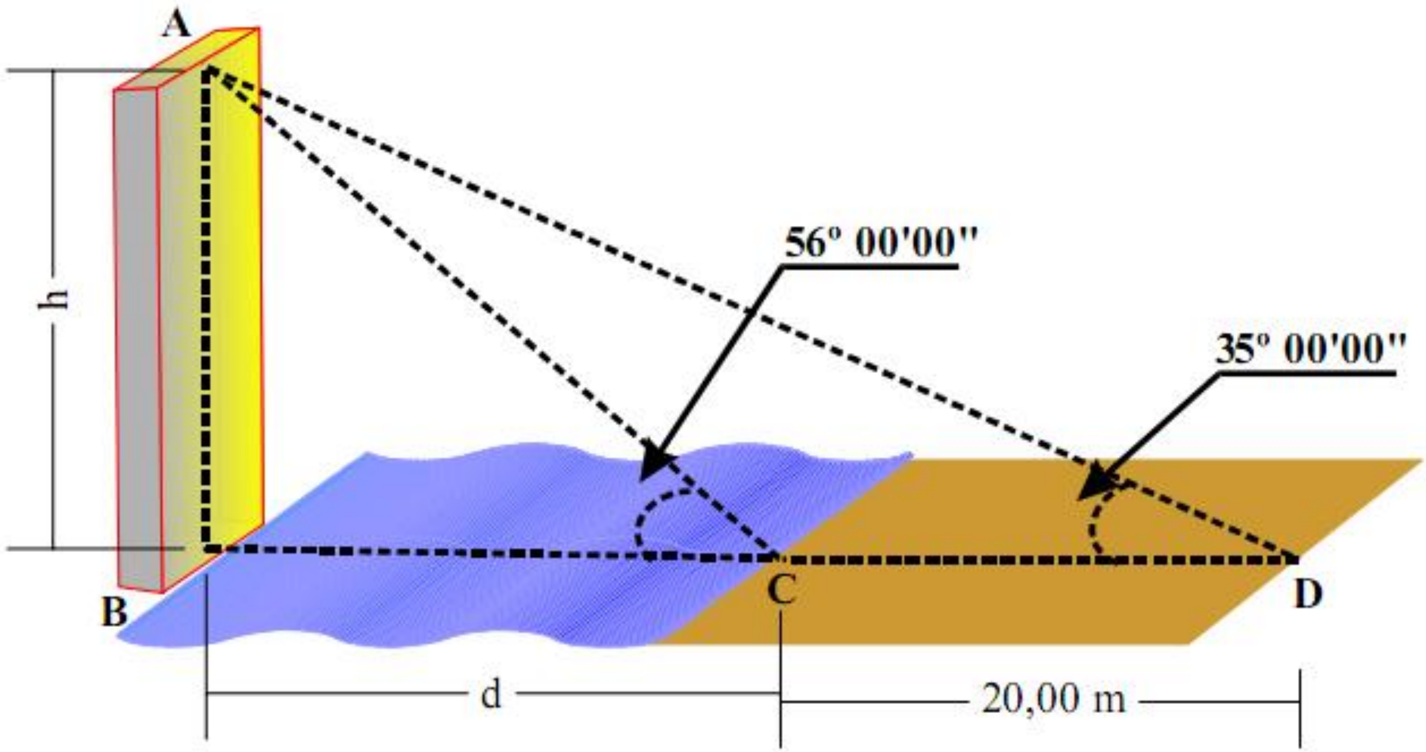
$$\cos\alpha = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$\cos\beta = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$tg\alpha = \frac{1}{\sqrt{3}}$$

$$tg\beta = \sqrt{3}$$

- Um observador na margem de um rio vê o topo de uma torre na outra margem segundo um ângulo de 56º 00’00”. Afastando-se de 20,00 m, o mesmo observador vê a mesma torre segundo um ângulo de 35º 00’00”. Calcule a largura do rio (CEFET, 1984).


A
h
56º 00'00"
35º 00'00"
B
C
D
d
20,00 m

- Sabendo que:

sen 35° = 0,57

cos 35° = 0,82

sen 56° = 0,82

cos 56° = 0,56

tg 35° = 0,70

tg 56° = 1,48

$$tg\,56° = \frac{h}{d} \Rightarrow 1{,}48d = h$$

$$tg\,35° = \frac{h}{d+20} \Rightarrow 0{,}7x(d+20) = h$$

$$1{,}48d = 0{,}7x(d+20)$$

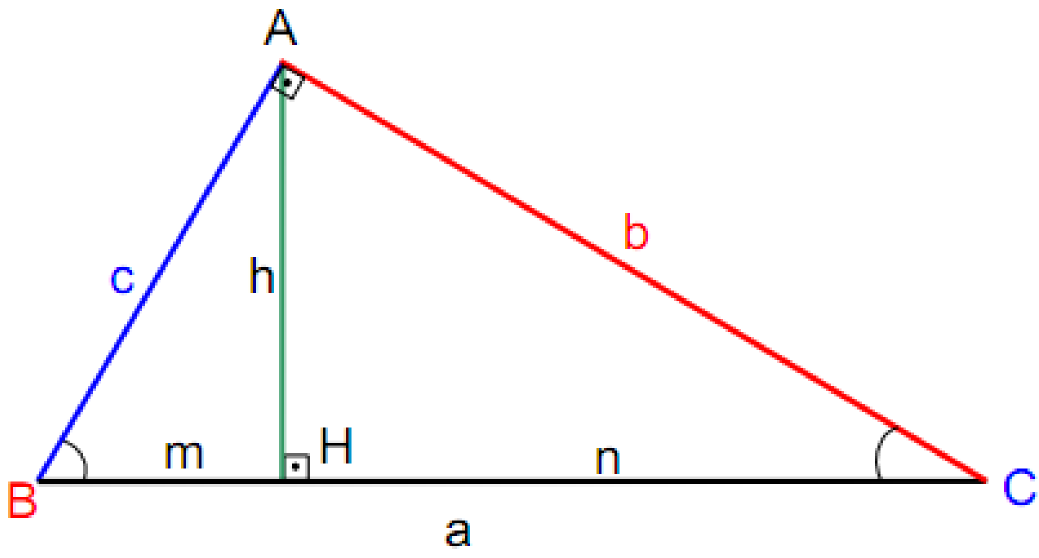
$$1{,}48d - 0{,}7d = 14$$

$$0{,}78d = 14$$

$$d = \frac{14}{0{,}78} \approx 17{,}9m$$

RELAÇÕES MÉTRICAS COM O TRIÂNGULO RETÂNGULO

- Para um triângulo retângulo ABC pode-se estabelecer algumas relações entre as medidas de seus elementos:



b, c: catetos;

h: altura relativa à hipotenusa;

a: hipotenusa;

m, n: projeções ortogonais dos catetos sobre a hipotenusa.

As seguintes relações métricas podem ser definidas:

a) O quadrado de um cateto é igual ao produto da hipotenusa pela projeção desse cateto sobre a hipotenusa.

$$b^2 = a \cdot n$$

$$c^2 = a \cdot m$$

b) O produto dos catetos é igual ao produto da hipotenusa pela altura relativa à hipotenusa.

$$b \cdot c = a \cdot h$$

c) O quadrado da altura é igual ao produto das projeções dos catetos sobre a hipotenusa.

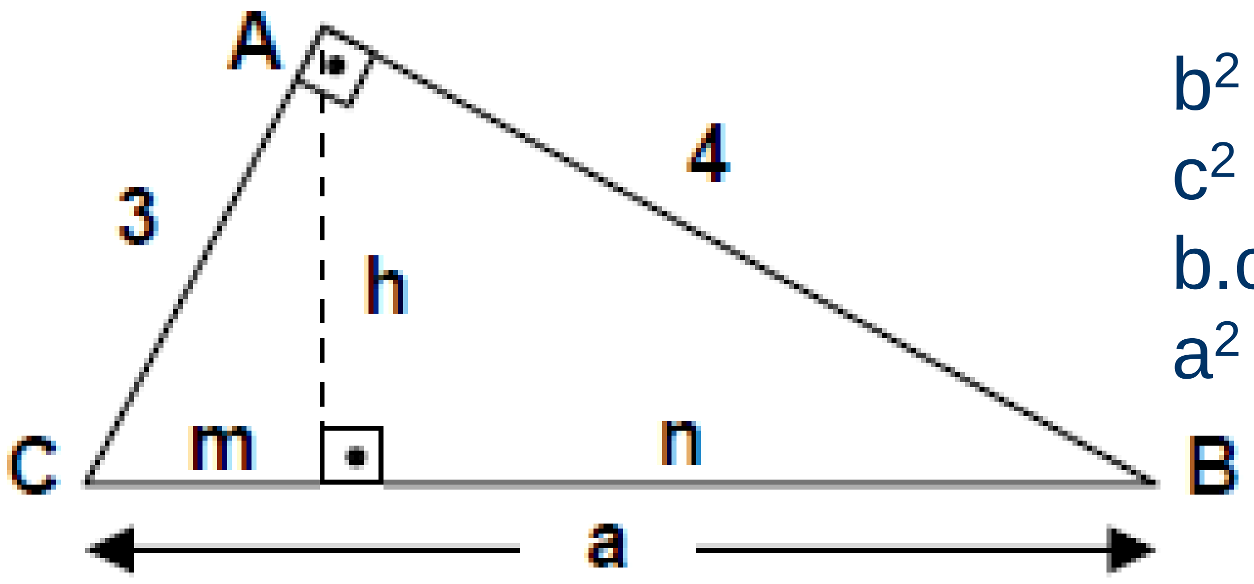
$$h^2 = m \cdot n$$

d) O quadrado da hipotenusa é igual a soma dos quadrados dos catetos.

$$a^2 = b^2 + c^2$$

EXERCÍCIO

- Determine as medidas **a, h, m e n no triângulo retângulo ABC a seguir:**



$b^2 = a.n$

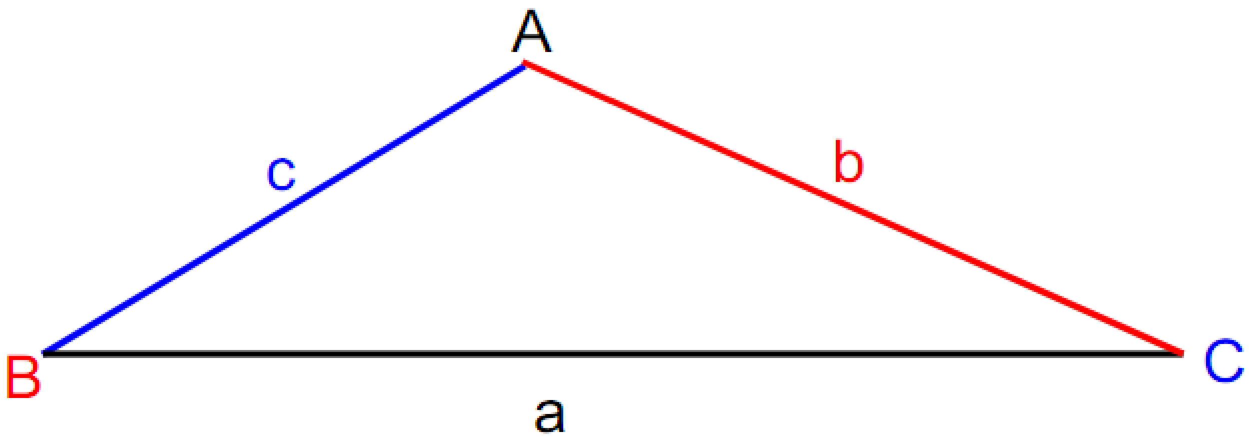
$c^2 = a.m$

$b.c = a.h$

$a^2 = b^2 + c^2$

TRIÂNGULO QUALQUER

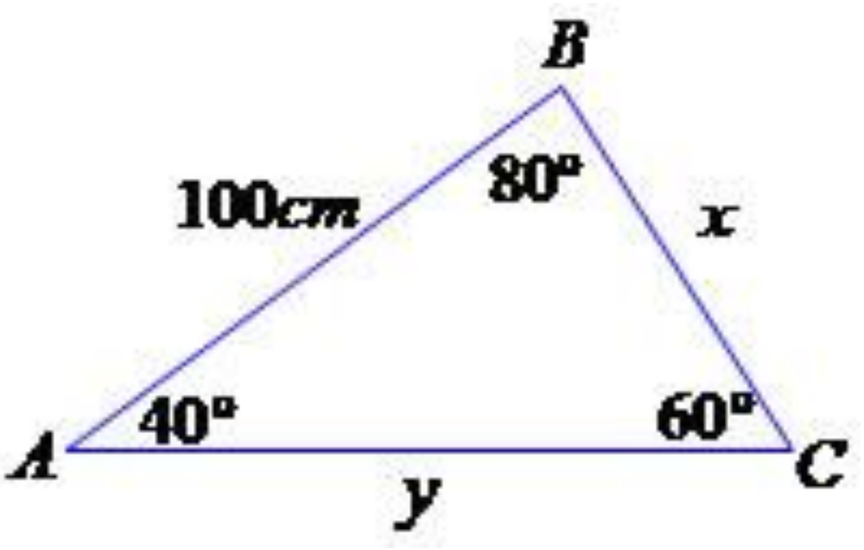
- LEI DOS SENOS



$$\frac{a}{senA} = \frac{b}{senB} = \frac{c}{senC}$$

EXERCÍCIO

- No triângulo a seguir, determine o <u>valor</u> dos segmentos x e y.



Aplicando a lei dos senos, temos:

$$\frac{100}{sen60^\circ} = \frac{x}{sen40^\circ} = \frac{y}{sen80^\circ}$$

$$\frac{x}{sen40^\circ} = \frac{100}{sen60^\circ}$$

$$\frac{x}{0{,}64} = \frac{100}{0{,}87}$$

$$0{,}87x = 64$$

$$x = \frac{64}{0{,}87}$$

$$x \cong 73{,}56$$

$$\frac{y}{sen80^\circ} = \frac{100}{sen60^\circ}$$

$$\frac{y}{0{,}98} = \frac{100}{0{,}87}$$

$$0{,}87y = 98$$

$$y = \frac{98}{0{,}87}$$

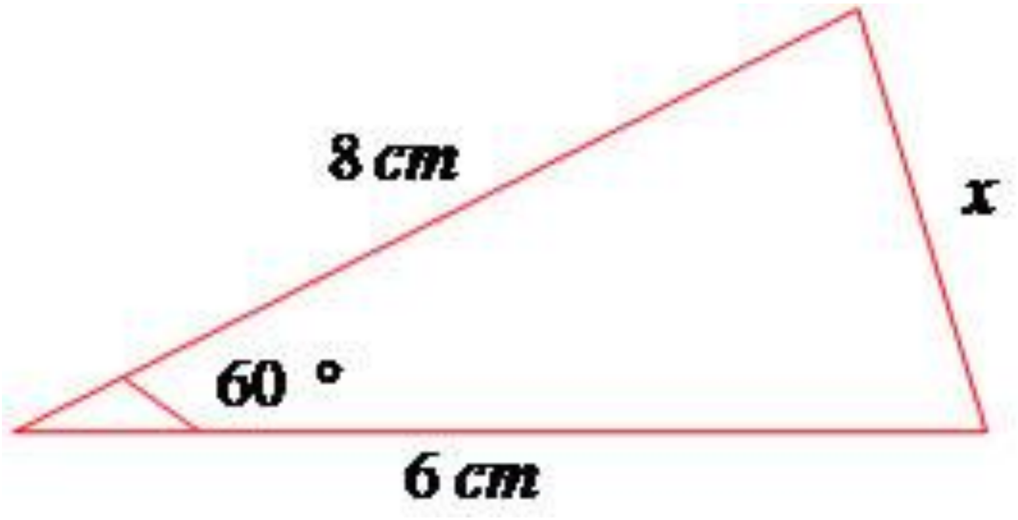
$$y \cong 112{,}64$$

- LEI DOS COSSENOS

$$a^2 = b^2 + c^2 - 2.b.c.\cos A$$

EXERCÍCIO

- Determine o valor do lado oposto ao ângulo de 60º. Observe figura a seguir:



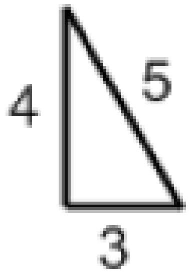
- $= 6^2 + 8^2 - 2 * 6 * 8 * \cos 60^\circ$

$$x^2 = 36 + 64 - 96 * \frac{1}{2}$$

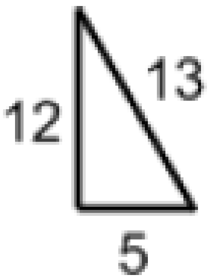
$$x^2 = 52$$

Os Triângulos Pitagóricos

1)



2)



3)

- Seus catetos e hipotenusa seguem uma fórmula de proporcionalidade que define seu valor:

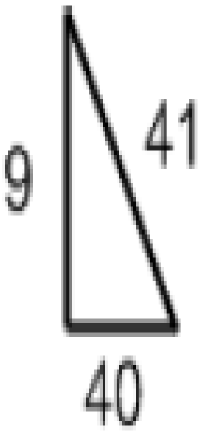
$$\left(n, \frac{n^2 - 1}{2}, \frac{n^2 + 1}{2}\right)$$

- Sendo assim, o **menor cateto deve ser ímpar, e então temos o maior número como hipotenusa e o segundo maior (ou segundo menor) como outro cateto.**

EXEMPLO

- Tomemos 9 como número:

$$\left(9,\frac{9^2-1}{2},\frac{9^2+1}{2}\right)=\left(9,\frac{80}{2},\frac{82}{2}\right)=(9,40,41)$$



Obrigado!